Representación de la Información (2)

Alberto Ruiz Cristina

Introducción

- Sabemos que el ordenador utiliza el sistema binario, pero ¿cómo se almacenan los números?
- Normalmente se asignan n bits para representar un número.
- Esos n bits son la <u>longitud de una palabra</u>, es decir, la información que puede procesarse de una vez

Introducción

- El tamaño de palabra es muy importante en un equipo, ya que afecta…
  - A la representación de los números
  - Al tamaño idóneo de los registros
  - A la longitud de las direcciones de memoria
  - A la longitud de las instrucciones
- Hablamos de palabra, media palabra, doble palabra…
- Cuando los caracteres se almacenaban con 6 bits, los tamaños de palabra solían ser múltiplos de 6. Ahora lo son de 8 (16, 32, 64…)

Representación de los números

- Vamos a estudiar algunos convenios de representación de números enteros y racionales en binario
- R**ango de representación:** intervalo comprendido entre el menor y el mayor número representable.
  - Con n bits podremos representar 2^n combinaciones y por tanto números distintos.
  - Ejemplo: con 2 bits puedo representar $2^2=4$ números distintos (00, 01, 10, 11)

Coma fija sin signo

- Coma fija: el lugar donde se sitúa el punto de referencia es fijo. Para números enteros estará a la derecha del todo, y no se representa
- Esta representación coincide con el binario puro
- Ejemplo: 27 = 00011011
- En todos los ejemplos manejaremos tamaño de palabra 8
- Rango de representación: $0,2^n-1$

Coma fija con signo

- Lo llamamos “signo-magnitud”. El primer bit indica si el número que va a continuación es positivo (0) o negativo (1)
- Ejemplo:

Bit de Signo (BS)

```
 27= 00011011
-27= 10011011
```

- Perdemos un bit para representar números, así que el rango será:

$-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}-1$

Coma fija con signo

- Una peculiaridad:
  - 10000000
  - 00000000
- Tenemos dos representaciones para el 0: el +0 y el -0
- Esto complica los circuitos de detección de operaciones que dan 0 como resultado
- Por otra parte, necesitamos circuitos sumadores y restadores independientes

Complemento a la base

- Permite transformar restas en sumas
- Expresamos un número por lo que le falta para llegar a la potencia superior
- Ejemplos en base 10:
  - 72 → 100 – 72 = 28
  - 28 → 100 – 28 = 72
  - 485 → 1000 – 485 = 515
- En base 2, hablamos de <u>complemento a 2</u>:
  - 101 → 1000 – 101 = 011
  - 011 → 1000 – 11 = 101
  - 1101 → 10000 – 1101 = 0011
- El complemento a la base de un número complementado, es el mismo número

Complemento a 2

- Utilizaremos esta propiedad para convertir restas en sumas.
- A – B = A + Complemento(B) despreciando el acarreo
- Ejemplo en base 10:
  - ¿72 – 43?
  - Complemento a 10 de 43 →100 – 43 = 57
  - 72 – 43 = 72 + (-43) = 72 + 57 = 129
- Ejemplo en base 2:
  - ¿111 – 101?
  - Complemento a 2 de 100 → 1000 - 101 = 11
  - 111 – 101 = 111 + 011 = 1010

Cálculo del Complemento a 2

- Método simplificado 1:
  - Invierto todos los bits del número
  - Sumo 1 al resultado
  - 1001010 ⟹ 0110101

$$\begin{array}{r} 0110101 \\ +\quad\quad 1 \\ \hline 0110110 \end{array}$$

- Método simplificado 2:
  - Trabajo el número de derecha a izquierda
  - Mantengo todos los ceros que encuentre y el primer uno
  - A partir de ahí y hasta llegar al final por la izquierda, invierto todos los bits
  - 1001010
    0110110

Complemento a 2

- Los números que empiezan por 0 son positivos y se interpretan como binario puro
- Los números que empiezan por 1 son complementados y NO podemos conocer su valor directamente, hay que complementarlos
  - 11101 → Sé que es negativo pero NO sé cuánto vale
  - Complemento y queda 11, es decir, era el -3

Complemento a 2

- Se adaptan a cualquier longitud de palabra, igual que en signo-magnitud:
  - 11111101 = 11101 = 101
  - 00000011 = 00011 = 011
- No tienen doble representación del 0
- Con un circuito sumador hacemos restas
- Caso especial: 100 complementado da… ¡100! Esto quiere decir que es el -4
- El rango del Ca2 es asimétrico:

$-2^{n-1}, 2^{n-1}-1$

Complemento a la base menos 1

- Es el complemento a la base menos 1
- Ejemplo en base 10:
- El Ca10 era:
  - 72 → 100 – 72 = 28
  - 28 → 100 – 28 = 72
- El Ca9 es:
  - 72 → 100 –1 – 72 = 27
  - 27 → 100 – 1 – 27 = 72

Complemento a 1

- Ejemplo en base 2:
- El Ca2 era:
  - 101 → 1000 – 101 = 11
  - 011 → 1000 – 011 = 101
- El Ca1 es:
  - 101 → 1000 – 1 – 101 = 10
  - 010 → 1000 – 1 – 010 = 101
- En este caso hay doble representación del cero:
- 1000 = 0000 = 0

Complemento a 1

- En este caso, si hay acarreo, se suma al resultado:
- A – B = A + Complemento(B) + acarreo
- Ejemplo en base 10:
  - ¿72 – 43?
  - Complemento a 9 de 43 →100 – 1 - 43 = 56
  - 72 – 43 = 72 + (-43) = 72 + 56 = 128 → 28 +1 = 29
- Ejemplo en base 2:
  - ¿111 – 101?
  - Complemento a 1 de 100 → 1000 – 1 - 101 = 10
  - 111 – 101 = 111 + 010 = 1001 → 001 + 1 = 10

Cálculo del Complemento a 1

- Método simplificado:
  - Invierto todos los bits del número
  - 1001010 ⇒ 0110101
- Ca1 frente a Ca2:
  - En Ca1 hay doble representación del 0
  - El Ca1 se calcula más fácilmente
  - Al operar con Ca1 se tiene en cuenta el acarreo
- Rango del Ca1:

$-2^{n-1}-1, 2^{n-1}-1$

	Binario	S.Magn.	Ca1	Ca2
000	0	0	0	0
001	1	1	1	1
010	2	2	2	2
011	3	3	3	3
100	4	-0	-3	-4
101	5	-1	-2	-3
110	6	-2	-1	-2
111	7	-3	-0	-1

Números reales

- La coma fija exige reservar un número determinado de dígitos para la parte entera y para la fraccionaria
- El resultado es desaprovechar espacio en ocasiones
- Además, el rango de valores es muy reducido
- A cambio, los circuitos son más simples

Efecto de mover la coma

- ¿Qué le ocurre a un número al mover la coma?
- En base 10:
  - 12.25
  - 122.5
  - 1.225
- En base 2:
  - 1100.01 (12.25)
  - 11000.1 (24.5)
  - 110.001 (6.125)

Efecto de mover la coma

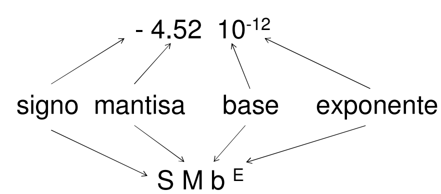
- ¿Qué le ocurre a un número al mover la coma?
- En base 10:
  - 12.25
  - 122.5 *10
  - 1.225 /10
- En base 2:
  - 1100.01 (12.25)
  - 11000.1 (24.5) *2
  - 110.001 (6.125) /2

Coma flotante

- Se corresponde con lo que se llama "notación científica"
- Se usa para expresar números muy pequeños o muy grandes
- Ejemplo:
- 4 520 000 000 000 = 4.52 10^{12}
- 0,000 000 000 004 52 = 4.52 10^{-12}

Coma flotante

- Componentes de la notación en coma flotante:



Coma flotante

- Normalmente, un número se almacena como 2 números en coma fija:
  - Uno representa el signo del número y la mantisa
  - El otro representa el exponente
- La base no se representa, se da por sabida
- La **precisión** de los cálculos viene dada por el tamaño de la mantisa
- El **rango** de representación viene dado por el tamaño del exponente

Normalización

- ¿Cómo se escribe el número 6.25 en binario usando notación en coma flotante?
  - 0110.01 2^{000}
  - 011.001 2^{001}
  - 01.1001 2^{010}
  - 0.11001 2^{011}
- Para evitar representaciones múltiples, se adopta el convenio de situar la coma en un lugar fijo.

Normalización

- ¿Dónde ponemos la coma? A la izquierda del primer dígito significativo
- 0110.01 $2^{000} \rightarrow$ 0.11001 2^{011}
- Ventajas de coma flotante normalizada:
    - Dos números:4132.524 y 0.03423
  - En coma fija, si reservamos 4 bits para la parte entera y 2 para la fraccionaria:
    - 4132.52 y 0000.03
  - En coma flotante normalizada:
    - 0.413252 10^{4} y 0.342300 10^{-1}

Estándar IEEE 754

- IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers
    - 1 bit de signo de la mantisa
    - 8 bits del exponente
    - 23 bits de mantisa

S	E	E	E	E	E	E	E	E	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M

- Total: 32 bits.
- Hay versiones distintas del estándar de 64 bits, aumentando el tamaño de la mantisa

IEEE 754

- La mantisa está expresada en signo-magnitud y normalizada: se asume que la coma está a la derecha del primer bit significativo (que valga 1)
- Es decir, el primer bit de la mantisa normalizada siempre será 1
- Por tanto no lo almacenamos, y que el circuito encargado de operar lo restablezca sobre la marcha

IEEE 754

- Ejemplo:
    - Número: 0110.01 2^{000}
    - Normalizamos: 1.1001 2^{010}
    - ¿Para qué almacenar el primer 1 si siempre va a estar ahí? .1001 2^{010}
- Es decir, que todos los números expresados en IEEE 754 tienen la forma 1.xxxx, pero el 1 no se representa

IEEE 754

- Exponente: se almacena en <u>exceso a 127</u>
  - Con 8 bits mi rango es 0, 255
- No voy a almacenar el exponente real E, sino E+127
- Para calcular el auténtico E, restaré 127 a lo almacenado
  - Por tanto el rango real es -127, 128
- Ventaja: el signo va implícito. Almacenar el exponente en positivo facilita algunas operaciones

IEEE 754

- Ejemplo: $-6.125_{(10} = 110.001$
- Normalizamos:
    - 1.10001 2^{010}
  - El bit de signo de la mantisa será 1
  - El exponente será 2+127 =

```
 1111111
      10
--------
10000001
```

1   1000001   10001000000000000000000

IEEE 754

- -118.625$_{(10}$ = 1110110.101
- Movemos la coma: 1.110110101 2^6
- 127 + 6 = 133 = 10000101
  (¡quizá te sea más fácil sumar en binario!)

1 10000101 11011010100000000000000

- En general, la coma flotante complica los circuitos de operación, pero a cambio se ahorra en capacidad de almacenamiento

IEEE 754

- ¿Y al revés?
  1 1000001 10001000000000000000000

Signo: negativo
Mantisa: 1.10001
Exponente: 1000001 – 01111111 = 10
1.10001 2^{010}
Es decir, 110.001 = - 6.125
¡No olvidéis el signo!

IEEE 754

- Quiero representar el 1 → 1.0 2^0
- El exponente será 0 + 127 = 127
  0 01111111 00000000000000000000000
- Quiero representar el 0
- La mantisa siempre será 1.0, no se puede representar. Por convenio, si todos los números están a 0 → Es el 0
  0 00000000 00000000000000000000000

BCD

- Binary Coded Decimal, decimales codificados en binario
- Se usa para displays, calculadoras y aparatos en los que es más sencillo trabajar en decimal
- Necesitaré 4 bits para poder representar del 0 al 9, y sobrarán algunos valores
- No es eficiente ni para almacenar ni para calcular, pero en algunos casos interesa

BCD

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9

Expresar 754 en BCD:
0111 0101 0100

¿Qué número es 01111001?
7 9

Código ASCII

- **A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange
- *Código Norteamericano Estándar para el Intercambio de Información*
- Creado en 1963
- Usa 7 bits (128 valores)
- El código ASCII extendido (8 bits) permite dos “mapas” de caracteres
  - Primer bit 0 → Los otros 7 son el ASCII estándar
  - Primer bit 1 → Los otros 7 son el ASCII extendido

Código ASCII

1 ┌	33 !	65 A	97 a	129 ▯	161 ¡	193 Á	225 á
2 ┐	34 "	66 B	98 b	130 ‚	162 ¢	194 Â	226 â
3 └	35 #	67 C	99 c	131 ƒ	163 £	195 Ã	227 ã
4 ┘	36 $	68 D	100 d	132 „	164 ¤	196 Ä	228 ä
5 │	37 %	69 E	101 e	133 …	165 ¥	197 Å	229 å
6 ─	38 &	70 F	102 f	134 †	166 ¦	198 Æ	230 æ
7 •	39 '	71 G	103 g	135 ‡	167 §	199 Ç	231 ç
8 ◘	40 (	72 H	104 h	136 ˆ	168 ¨	200 È	232 è
9	41)	73 I	105 i	137 ‰	169 ©	201 É	233 é
10	42 *	74 J	106 j	138 Š	170 ª	202 Ê	234 ê
11 ♂	43 +	75 K	107 k	139 ‹	171 «	203 Ë	235 ë
12 □	44 ,	76 L	108 l	140 Œ	172 ¬	204 Ì	236 ì
13	45 -	77 M	109 m	141 ▯	173 -	205 Í	237 í
14 ♫	46 .	78 N	110 n	142 Ž	174 ®	206 Î	238 î
15 ☼	47 /	79 O	111 o	143 ▯	175 ¯	207 Ï	239 ï
16 ┼	48 0	80 P	112 p	144 ▯	176 °	208 Ð	240 ð
17 ◄	49 1	81 Q	113 q	145 '	177 ±	209 Ñ	241 ñ
18 ↕	50 2	82 R	114 r	146 '	178 ²	210 Ò	242 ò
19 ‼	51 3	83 S	115 s	147 "	179 ³	211 Ó	243 ó
20 ¶	52 4	84 T	116 t	148 "	180 ´	212 Ô	244 ô
21 ┴	53 5	85 U	117 u	149 ▪	181 µ	213 Õ	245 õ
22 ┬	54 6	86 V	118 v	150 –	182 ¶	214 Ö	246 ö
23 ┤	55 7	87 W	119 w	151 —	183 ·	215 ×	247 ÷
24 ↑	56 8	88 X	120 x	152 ˜	184 ¸	216 Ø	248 ø
25 ├	57 9	89 Y	121 y	153 ™	185 ¹	217 Ù	249 ù
26 →	58 :	90 Z	122 z	154 š	186 º	218 Ú	250 ú
27 ←	59 ;	91 [	123 {	155 ›	187 »	219 Û	251 û
28	60 <	92 \	124 |	156 œ	188 ¼	220 Ü	252 ü
29	61 =	93]	125 }	157 ▯	189 ½	221 Ý	253 ý
30	62 >	94 ^	126 ~	158 ž	190 ¾	222 Þ	254 þ
31	63 ?	95 _	127 ▯	159 Ÿ	191 ¿	223 ß	255 ÿ
32	64 @	96 `	128 €	160	192 À	224 à	

En resumen…

- Lo que hay que saber:
  - Entender y expresar números enteros en binario puro, signo-magnitud, complemento a 2 y complemento a 1
  - Entender y expresar números reales en coma flotante (formato IEEE 754)
  - Entender y expresar números en BCD
  - Conocer los rangos de representación de todos estos sistemas de representación