Representación de la Información (1)

Alberto Ruiz Cristina

Introducción

- Para comunicarse, usamos…
  - Máquinas: información binaria (0/1)
  - Personas: cifras y texto
- Necesitamos un <u>sistema de codificación:</u>

  Datos ⟺ Bits

- El BIT: la unidad mínima de información

Introducción

- Criterios para escoger el sistema de codificación:
  - Coste de Traducción
    - ¿Cuánto cuesta pasar de datos a bits o viceversa?
  - Coste de Almacenamiento
    - ¿Cuántos recursos son necesarios para almacenar la representación de un dato?
  - Coste de Tratamiento
    - ¿Cuánto cuesta operar con los valores representados según el código elegido?

Sistema de Numeración

- Conjunto de símbolos y reglas de generación que permiten construir todos los números válidos en el sistema.
- Es decir…
  - Proporciona:
    - Un conjunto de símbolos permitidos
    - Un conjunto de reglas que nos indican cómo formar números válidos.

Sistema de Numeración

- Dos grandes tipos:
  - Posicionales (los más utilizados)
    - El valor numérico de una combinación de dígitos depende
      - del valor de los dígitos
      - de la posición de cada uno de ellos respecto a un punto de referencia.
    - Ejemplo:

$$\underline{1}\ 2\ \underline{1}$$

= 100 = 1

Sistema de Numeración

- Dos grandes tipos:
  - No posicionales
    - El valor numérico de una combinación de dígitos depende
      - del valor de los dígitos
    - Es decir, es un valor fijo independiente de la posición
    - Ejemplo:

X C I X

= 10 = 10

Sistemas Posicionales

- Número: cadena de dígitos en los que cada dígito está afectado por un factor; este factor depende del lugar que el dígito ocupa en la cadena.
- Base: número de símbolos permitidos en un sistema de numeración posicional.
  - Base 10:
    - Disponemos de 10 símbolos diferentes para escribir los números
    - 10 unidades forman una unidad de orden superior

Sistemas Posicionales

- Punto de referencia: cada dígito depende de su posición en una secuencia. Se toma un origen para esta secuencia:
  - La coma (,) en países latinos
  - El punto (.) en países de habla inglesa.
- Cuando se quiere explicitar la base al escribir un número:

$135,64_{(10}$ $1011,1_{(2}$ $1437,3_{(8}$

Sistema Decimal

- número **N** con **p** dígitos enteros y **q** fraccionarios, expresado en base **b** y siendo **a_i** el valor decimal del dígito situado en la posición i.
- La siguiente expresión polinomial describe el valor del número y se denomina **ecuación general decimal de los sistemas de numeración**.

$$N_{(10} = a_{p-1}b^{p-1} + a_{p-2}b^{p-2} + \ldots + a_i b^i + \ldots + a_1 b^1 + a_0 b^0 + a_{-1} b^{-1} + \ldots + a_{-q} b^{-q}$$

$$125{,}2_{(10} = 1*10^2 + 2*10^1 + 5*10^0 + 2*10^{-1} = 100 + 20 + 5 + 0{,}2. = 125{,}2_{(10}$$

Sirve para obtener el valor decimal de números expresados en cualquier base:

$$1011{,}01_{(2} = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} = 8 + 2 + 1 + 0{,}25 = 11{,}25_{(10}$$

Sistema Decimal

- En general, para convertir números de una base a otra lo mejor suele ser:

Base X → Base 10 → Base Y

- Hay métodos abreviados para algunas bases que se verán después

Conversión Decimal – Otras bases

- Otra Base → Decimal: ecuación general

- Decimal → Otra Base:
  - Parte entera: “divisiones sucesivas”
  - Parte decimal: “multiplicaciones sucesivas”

Divisiones sucesivas

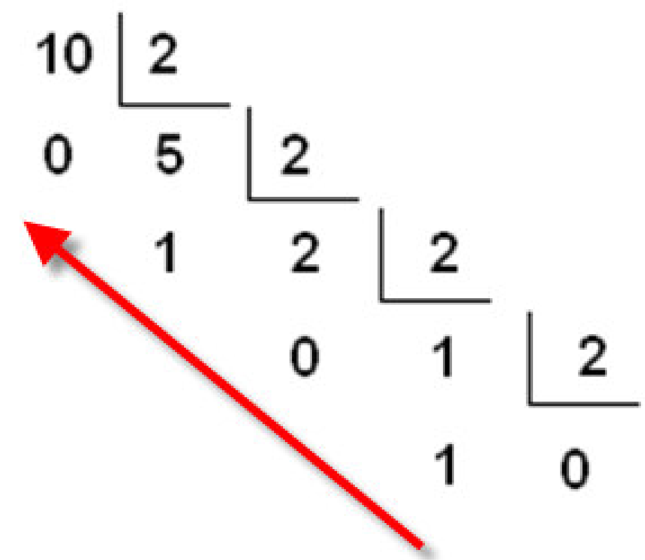
- Dividimos el número por la base hasta que el cociente sea 0
- Los <u>restos</u> serán el número, desde el último hasta el primero

Ejemplo: $10_{(10} = ¿¿??_{(2}$

Divisiones sucesivas

- Dividimos el número por la base hasta que el cociente sea 0
- Los <u>restos</u> serán el número, desde el último hasta el primero

Ejemplo: $10_{(10} = 1010_{(2}$



Divisiones sucesivas

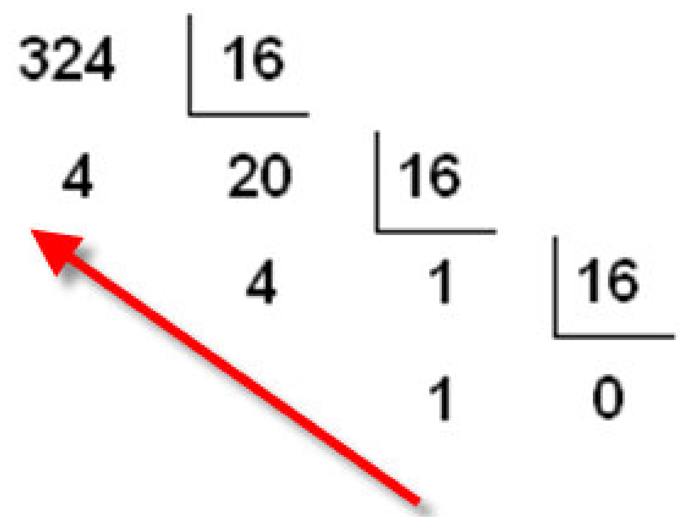
- Vale para todas las bases, incluso si son mayores que 10.

Ejemplo: $324_{(10} = ¿¿??_{(16}$

Divisiones sucesivas

- Vale para todas las bases, incluso si son mayores que 10.

Ejemplo: $324_{(10} = 144_{(16}$



Multiplicaciones sucesivas

- Multiplicamos la parte fraccionaria del número por la base
- La parte entera de los resultados parciales, desde el primero hasta el último, serán el número
- El proceso puede terminar…
  - Si la parte fraccionaria del último cálculo es 0
  - Si hemos detectado un ciclo
  - Si no necesitamos más decimales

Multiplicaciones sucesivas

- Ejemplo: $0{,}375_{(10} = ¿¿??_{(2}$

Multiplicaciones sucesivas

- Ejemplo: $0,375_{(10} = 0,011_{(2}$
  - 0.375 * 2 = 0,75
  - 0,75 * 2 = 1,5
  - 0,5 * 2 = 1,0

En las multiplicaciones sólo se utiliza la parte fraccionaria

Nos detenemos por ser 0 la parte fraccionaria

Multiplicaciones sucesivas

- Ejemplo: $0,2_{(10} = 0,¿¿??_{(2}$

Multiplicaciones sucesivas

- Ejemplo: $0{,}2_{(10} = 0{,}\overset{\frown}{0011}_{(2}$
  - 0,2 * 2 = 0,4
  - 0,4 * 2 = 0,8
  - 0,8 * 2 = 1,6
  - 0,6 * 2 = 1,2
  - 0,2 * 2 = 0,4

Nos detenemos por detectar un ciclo

Multiplicaciones sucesivas

- Ejemplo: $0{,}2_{(10} = \overparen{0{,}0011}_{(2}$
- Un valor exacto en una base puede ser periódico en otra.
- Puesto que el espacio de almacenamiento es finito, necesariamente tendremos que alterar el resultado para almacenarlo:
  - Redondeando
    - Ejemplo: $0.\overparen{46} = 0.46465$
  - Truncando
    - Ejemplo: $0.\overparen{46} = 0.46464$
- A veces no podremos obtener una representación exacta del número
- Al operar con él aparecerán errores que no habrían ocurrido si hubiésemos operado en base decimal.

Sistema Binario

- Es el que más coste de almacenamiento tiene:
  - 138 = 10001010
  - 4102 = 1000000000110
  - 547.505 = 10000101101010110001
  - 89.254.271 = 101010100011110100101111111
- El coste de tratamiento es muy bajo: operar es muy sencillo

Sistema Binario

- Conversión Binario → Decimal
  - Se puede usar la ecuación general
  - Existe un método abreviado. Los factores de multiplicación serán 0 ó 1
  - Disponemos los pesos.
    - Si hay 1 se suma
    - Si hay 0 no se suma

Sistema Binario

- Conversión Binario → Decimal
  - Ejemplo: obtener el valor decimal del número binario 10101011,11

Ocho pesos a la izquierda de la coma, dos pesos a la derecha

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}
128	64	32	16	8	4	2	1	0,5	0,25

Aquí estará la coma

Sistema Binario

- Conversión Binario → Decimal
  - Ejemplo: obtener el valor decimal del número binario 10101011,11

128	*64*	*32*	*16*	*8*	*4*	*2*	*1*		*0,5*	*0,25*
1	0	1	0	1	0	1	1	,	1	1

128 + 32 + 8 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 = 171,75

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Se pueden usar las divisiones y multiplicaciones sucesivas
  - Si se prefiere, se puede usar el mismo método abreviado
  - Disponemos los pesos
  - De izquierda a derecha, vamos poniendo 1s y 0s
  - Distinguimos parte entera y parte decimal

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	64	32	16	8	4	2	1	0,5	0,25

Disponemos los pesos a partir del primer número menor que el pedido. El siguiente sería 2^8 = 256, que sería demasiado grande

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	64	32	16	8	4	2	1	0,5	0,25
1									

¿171 ≥ 128? Sí → Ponemos un 1 en 128 y nos queda 171 – 128 = 43

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	*64*	*32*	*16*	*8*	*4*	*2*	*1*	*0,5*	*0,25*
1	**0**								

¿43 ≥ 64? No → Ponemos un 0 en 64

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	***64***	***32***	***16***	***8***	***4***	***2***	***1***	***0,5***	***0,25***
1	0	**1**							

¿43 ≥ 32? Sí → Ponemos un 1 en 32 y nos queda 43 – 32 = 11

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	***64***	***32***	***16***	***8***	***4***	***2***	***1***	***0,5***	***0,25***
1	0	1	**0**						

¿11 ≥ 16? No → Ponemos un 0 en 16

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	***64***	***32***	***16***	***8***	***4***	***2***	***1***	***0,5***	***0,25***
1	0	1	0	**1**					

¿11 ≥ 8? Sí → Ponemos un 1 en 8 y nos queda 11 – 8 = 3

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	64	32	16	8	4	2	1	0,5	0,25
1	0	1	0	1	**0**				

¿3 ≥ 4? No → Ponemos un 0 en 4

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	*64*	*32*	*16*	*8*	*4*	*2*	*1*	*0,5*	*0,25*
1	0	1	0	1	0	**1**			

¿3 ≥ 2? Sí → Ponemos un 1 en 2 y nos queda 3 – 2 = 1

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	*64*	*32*	*16*	*8*	*4*	*2*	*1*	*0,5*	*0,25*
1	0	1	0	1	0	1	**1**		

¿1 ≥ 1? Sí → Ponemos un 1 en 1 y hemos terminado la parte entera

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	*64*	*32*	*16*	*8*	*4*	*2*	*1*	*0,5*	*0,25*
1	0	1	0	1	0	1	1	**1**	

¿0.75 ≥ 0.5? Sí → Ponemos un 1 en 0.5 y nos queda 0.75 – 0.5 = 0.25

Sistema Binario

- Conversión Decimal → Binario
  - Ejemplo: obtener el valor binario del número 171.75

128	***64***	***32***	***16***	***8***	***4***	***2***	***1***	***0,5***	***0,25***
1	0	1	0	1	0	1	1	1	**1**

¿0.25 ≥ 0.25? Sí → Ponemos un 1 en 0.25 y hemos terminado

Sistema Octal y Hexadecimal

- Permiten representar los datos de forma más compacta
  - El sistema octal utiliza 8 símbolos (0,1,2,3,4,5,6,7)
    - El 8 se representará como 10, el 9 como 11…
  - El sistema hexadecimal utiliza 16 símbolos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)
    - El 15 será F, el 16 será 10, el 17 será 11…

Sistema Octal y Hexadecimal

- Al ser potencias de 2, tienen estrecha relación con el sistema binario
- La conversión entre bases en las que una es potencia de la otra ($2^3 = 8$, $2^4=16$) es inmediata

Sistema Octal y Hexadecimal

- Conversión Binario → Octal / Hexadecimal
  - Agrupar sus dígitos en grupos de 3 (octal) ó 4 (hexadecimal)
  - A partir del punto de referencia (la coma):
    - Agrupar hacia la izquierda la parte entera
    - Agrupar hacia la derecha la parte decimal
    - Si es necesario se completa con 0s

Sistema Octal y Hexadecimal

- Conversión Binario → Octal / Hexadecimal
  - Ejemplo: convertir $1100101{,}011_{(2}$ a octal y hexadecimal:

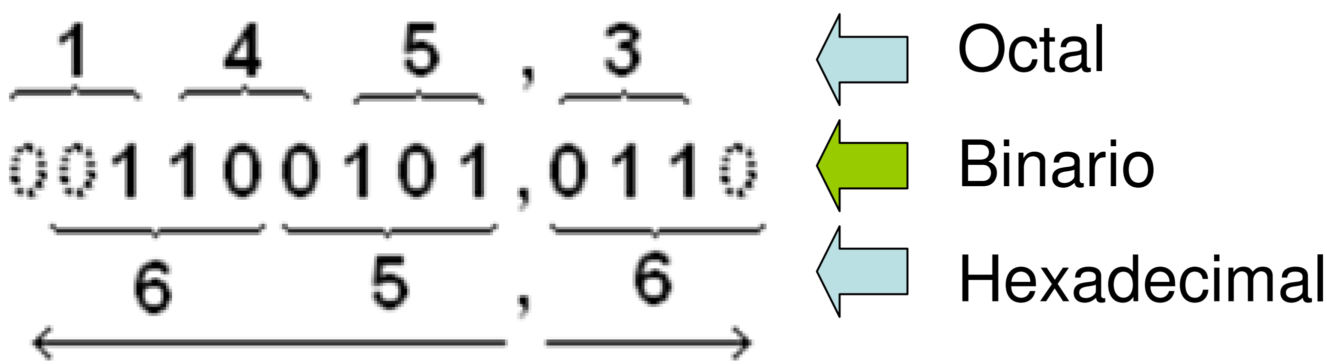
Octal

1100101,011 ← Binario

Hexadecimal

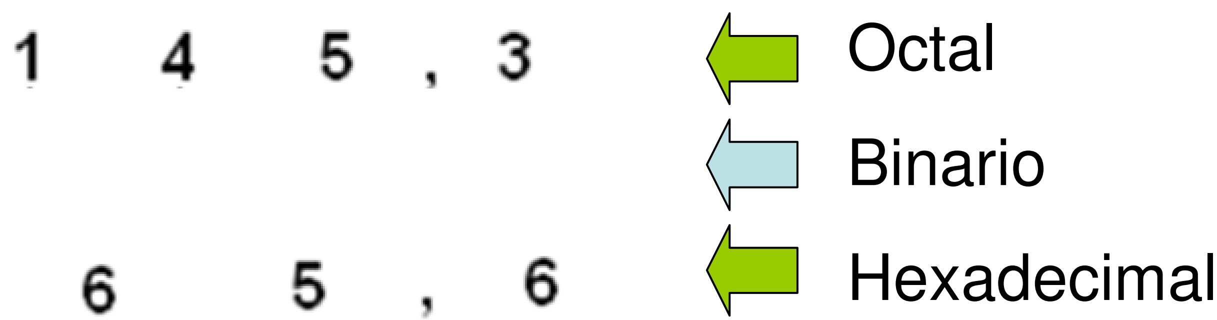
Sistema Octal y Hexadecimal

- Conversión Binario → Octal / Hexadecimal
  - Ejemplo: convertir $1100101{,}011_{(2}$ a octal y hexadecimal:



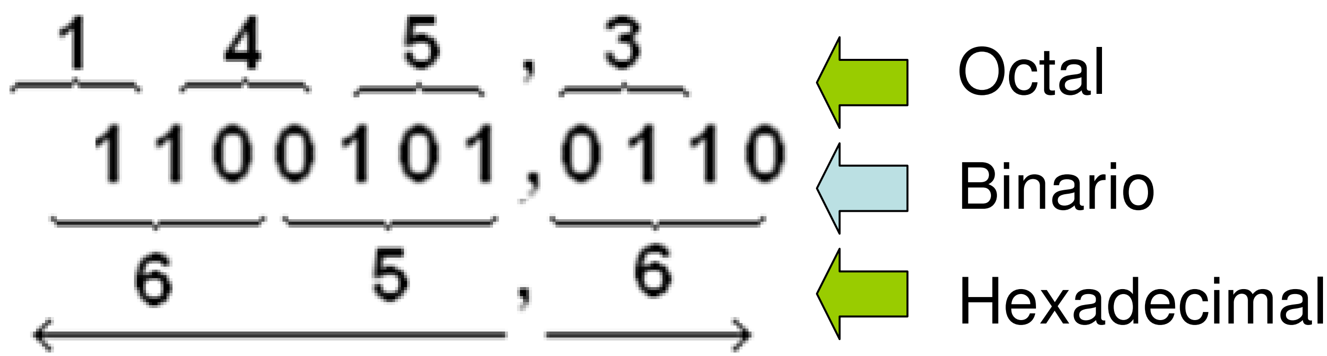
Sistema Octal y Hexadecimal

- Conversión Octal / Hexadecimal → Binario
  - Lo único que hay que hacer es expresar cada número en binario, por ejemplo $6_{(16} = 0110_{(2}$
  - Ejemplo: convertir $145{,}3_{(8}$ y $65{,}6_{(16}$ a binario:



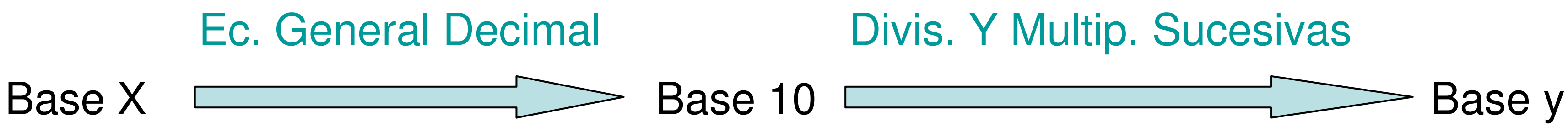
Sistema Octal y Hexadecimal

- Conversión Octal / Hexadecimal → Binario
  - Lo único que hay que hacer es expresar cada número en binario, por ejemplo $6_{(16} = 0110_{(2}$
  - Ejemplo: convertir $145{,}3_{(8}$ y $65{,}6_{(16}$ a binario:



Decimal	Hexadecimal	Octal	Binario
0	**0**	**0**	**0**
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	**8**	**10**	**1000**
9	9	11	1001
10	A	12	1010
11	B	13	1011
12	C	14	1100
13	D	15	1101
14	E	16	1110
15	F	17	1111
16	**10**	**20**	**10000**
17	11	21	10001
...	...	...	...
31	1F	37	11111
32	**20**	**40**	**100000**

En resumen…



Con esto me vale para pasar de cualquier base X a cualquier base Y

Pero para algunos cambios de base concretos hay métodos abreviados: