Aritmética Binaria

Alberto Ruiz Cristina

Suma Binaria

- Se hace igual que en decimal
- **Acarreo:** unidad de orden superior que ha de añadirse cuando la suma de dos cifras supera la base.
- Ejemplo:
  - 5 + 8 = 3 con *acarreo*
  - Sumamos una unidad de orden superior (decena)
  - Resultado: 3 + 10 = 13

Suma Binaria

- La tabla de la suma binaria nos dice:

$$0 + 0 = \mathbf{0}$$

$$0 + 1 = \mathbf{1}$$

$$1 + 0 = \mathbf{1}$$

$$1 + 1 = \mathbf{0 \text{ con acarreo}}$$

Suma Binaria

- Ejemplo:

```
      1
      0 1 1 1
+     1 1 0 0
-------------
    1 0 0 1 1

    1
    1 6
+   2 5
-------
    4 1
```

Resta

- La resta se hace igual que en decimal:
  - cuando restamos al minuendo un sustraendo mayor que el minuendo, tomamos prestada una unidad de orden superior.
  - De ahí que el equivalente al acarreo en la suma se le llame **préstamo** en la resta.
  - Eso sí, en binario **no** pueden restarse números negativos.

Resta Decimal

$$
\begin{array}{r}
5615\mathbf{8} \\
-\;\;4937\mathbf{1} \\
\hline
\mathbf{7}
\end{array}
$$

- Calculamos 8-1=7

Resta Decimal

$$
\begin{array}{r}
5\,6\,1\,\mathbf{5}\,8 \\
-\;\; 4\,9\,3\,\mathbf{7}\,1 \\
\hline
\mathbf{8}\,7
\end{array}
$$

- El minuendo es menor que el sustraendo: tomamos prestada una unidad de orden superior y hacemos 15 – 7 = 8

Resta Decimal

$$
\begin{array}{r}
56158 \\
-\quad 49\overset{4}{3}71 \\
\hline
87
\end{array}
$$

- El préstamo anterior hace que haya que restar 1 en la unidad superior, es decir, sumamos 1 al sustraendo para restar 4 en vez de 3.

Resta Decimal

```
  56158
- 49471
  -----
    787
```

- El minuendo es menor que el sustraendo, así que tomamos otro préstamo y hacemos 11-4=7

Resta Decimal

$$\begin{array}{r} 56158 \\ -\quad 4\overset{10}{9}371 \\ \hline 787 \end{array}$$

- De nuevo hay préstamo: sumamos una unidad al sustraendo, que pasa a valer 10

Resta Decimal

$$\begin{array}{r} 5\mathbf{6}158 \\ -\quad 49371 \\ \hline \mathbf{6}787 \end{array}$$

- El minuendo es menor que el sustraendo, así que tomamos otro préstamo y hacemos 16 – 10 = 6

Resta Decimal

$$\begin{array}{r} 56158 \\ -\ \overset{5}{4}9371 \\ \hline 6787 \end{array}$$

- El préstamo anterior hace que el sustraendo se incremente de 4 á 5

Resta Decimal

$$\begin{array}{r} \mathbf{5}6158 \\ -\ \overset{5}{4}9371 \\ \hline 6787 \end{array}$$

- El resultado es 0 y hemos terminado

Resta Binaria

- La tabla de la resta binaria nos dice:

$0 - 0 = \mathbf{0}$

$1 - 1 = \mathbf{0}$

$1 - 0 = \mathbf{1}$

$0 - 1 = \mathbf{1}$ y quitamos una unidad de orden superior

Resta Binaria

- Si el minuendo es menor que el sustraendo, al igual que en decimal tendremos que pedir prestada una unidad de orden superior
- 0 – 1 en binario será 10 – 1 = 1
- en decimal: 2 – 1 = 1
- Para compensar, quitaremos un 1 del orden superior, lo que suele hacerse sumando una unidad al sustraendo

Resta Binaria

Cuando hay préstamo tendremos los siguientes casos:

- 0 – (0+1) = 0 – 1 → El minuendo es menor que el sustraendo: necesito pedir préstamo al orden superior, quedando 10 – 1 = 1 (en decimal: 2 – 1 = 1).
- 1 – (0+1) = 1 – 1 → Resultado 0, sin necesidad de préstamo.
- 0 – (1+1) = 0 – 10 → El minuendo es menor que el sustraendo: pido préstamo y queda 10 – 10 = 0 (en decimal 2-2=0)
- 1 – (1+1) = 1 – 10 → El minuendo es mayor que el sustraendo: pido préstamo y queda 11 – 10 = 1 (en decimal 3 – 2 = 1).

Resta Binaria

- Ejemplos:

```
  10001          11011001        10000
 −01010         −10101011       −00001
 ------         ---------       ------
  ¿¿???          ¿¿¿¿????        ¿¿¿??
```

Resta Binaria

- Ejemplos:

```
  10001        11011001      10000
 -01010       -10101011     -00001
 ------       ---------     ------
  00111        00101110      01111
```

Multiplicación binaria

- Se realiza fácilmente haciendo operaciones de suma y desplazamiento

```
     1011
*     101
---------
     1011
    0000
+  1011
---------
   110111
```

Sólo hay dos posibilidades:

- Se suma el multiplicando y se desplaza
- Sólo se desplaza

División binaria

- También es muy fácil porque el cociente será 0 ó 1:
  - Si el dividendo es mayor que el divisor:
    - El cociente será 1
  - Si el dividendo es menor que el divisor:
    - El cociente será 0 y tomamos otro dígito del dividendo

División binaria

- Ejemplo:

$$\begin{array}{l|l} \overbrace{1\ 1\ 0}\ 1\ 1 & 1\ 0\ 1 \\ \hline & \mathbf{1} \end{array}$$

Comenzamos cogiendo los dígitos necesarios para que el dividendo sea mayor que el divisor

Como 110 es mayor que 101, el cociente es 1

División binaria

- Ejemplo:

	1	1	0	1	1	1 0 1
–	1	0	1			1
	0	0	1	**1**		

Restamos el divisor y bajamos un nuevo dígito

División binaria

- Ejemplo:

```
    1 1 0 1 1        | 1 0 1
  - 1 0 1            |------
  ---------             1 0
    0 0 1 1 1
```

11 es menor que 101, por tanto ponemos un 0 en el cociente y bajamos un nuevo dígito

División binaria

- Ejemplo:

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
- & 1 & 0 & 1 & & \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{|ccc}
1 & 0 & 1 \\
\hline
1 & 0 & \mathbf{1}
\end{array}
$$

111 es mayor que 101, por tanto ponemos un 1 en el cociente

División binaria

- Ejemplo:

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \big| \; 1\;0\;1 \\
- & 1 & 0 & 1 & & & \quad 1\;0\;1 \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \\
 & & - & 1 & 0 & 1 & \\
\hline
 & & & 0 & 1 & 0 &
\end{array}
$$

Cociente

Resto

Restamos el divisor pero ya no hay más dígitos así que hemos terminado

División binaria

- Ejemplos:

```
101010 | 110                 10110101000101 | 1011
       |_______                             |________
         ¿??                                   ¿??
```

División binaria

- Ejemplos:

```
101010 | 110
       +-----
         111

10110101000101 | 1011
               +------
             10000011101
```

En resumen…

- El sistema binario tiene mucho coste de representación (los números ocupan mucho espacio) pero a cambio las operaciones son muy sencillas
- Puedes usar la calculadora de Windows para comprobaciones: